Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 5 - 2012-1
Polinômio de Taylor

1. Aproxime $f(x) = e^x$ em torno de $a = 0$ com um polinômio de Taylor de grau três e com um polinômio de grau quatro. A seguir, calcule os valores destas aproximações em $x = 0.2$ e $x = 1.0$ e compare com os valores corretos.

2. Use o polinômio de Taylor de ordem dois de $f(x) = x^{3/2}$ no ponto $a = 4$ para obter uma aproximação de $(4.2)^{3/2}$.

3. Calcule os polinômios de Taylor de ordem um, dois e três da funções $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ em $a = 0$ e da função $y = g(x) = \ln(x)$ em $x = 1$. A seguir, calcule os valores destas aproximações em $x = 0.2$ e $x = 1.0$ e compare com os valores corretos.

4. Calcule os polinômios de Taylor de ordem um e dois das funções abaixo nos pontos indicados.
   (a) $f(x, y) = x/(1 + y)$ em $\vec{p} = (0, 0)$.
   (b) $f(x, y, z) = x^{1/4}y^{1/2}z^{1/4}$ em $\vec{p} = (1, 1, 1)$.

5. Use o polinômio de Taylor de ordem dois em $\vec{p} = (1, 1)$ para aproximar $f(x, y) = x^{1/2}y^{1/2}$ em $\vec{q} = (1.2, 0.9)$.

RESPOSTAS DA LISTA 5

1. $p_3(x) = 1 + x + x^2/2 + x^3/6$ e $p_4(x) = 1 + x + x^2/2 + x^3/6 + x^4/24$. $p_3(0.2) = 1.221333333\ldots$, $p_3(1.0) = 2.6666666\ldots$, $p_4(0.2) = 1.2214$ e $p_4(1.0) = 2.70833333\ldots$.

2. $p_2(x) = 8 + 3\,(x - 4) + 3\,(x - 4)^2/16$ e $p_2(4.2) = 8.6075$.

3. Para $f(x) = \sqrt{1+x}$ temos $p_1(x) = 1+x/2$, $p_2(x) = 1+x/2-x^2/8$, $p_3(x) = 1+x/2-x^2/8+x^3/16$, $p_1(0.2) = 1.1$, $p_2(0.2) = 1.095$, $p_3(0.2) = 1.0955$. Para $g(x) = \ln(x)$ temos $p_1(x) = x - 1$, $p_2(x) = (x-1)-(x-1)^2/2$, $p_3(x) = (x-1)-(x-1)^2/2+(x-1)^3/3$, $p_1(1.2) = 0.2$, $p_2(1.2) = 0.18$ e $p_3(1.2) = 0.182666666\ldots$.

4. (a) $p_1(x, y) = x$ e $p_2(x, y) = x - x \cdot y$.
   (b) $p_1(x, y, z) = x/4 + y/2 + z/4$ e $p_2(x, y, z) = x/4 + y/2 + z/4 - 3\,x^2/32 + xz/16 + xy/8 - 3\,z^2/32 - y^2/8 + yz/8$.

5. $p_2(x, y) = x/2 + y/2 - (x - 1)^2/8 - (y - 1)^2/8 + (x - 1)(y - 1)/4$ e $p_2(1.2, 0.9) = 1.03875$.