Cálculo II - B – prosf: Heloisa Bauzer Medeiros
2^o semestre de 2017
Aula 1 O Espaço $\mathbb{R}^n$.

O objetivo dessa aula é apresentar o espaço $\mathbb{R}^n$, sob o ponto de vista operacional e introduzir notação a ser usada no curso.

Conceito Estamos acostumados a representar pontos no plano como uma dupla da forma (x, y) e pontos no espaço como uma tripla (x, y, z). Essas representações têm uma interpretação geométrica óbvia, mas podem ser pensadas também como forma de representar um conjunto de *variáveis, sem que, necessariamente, estejamos pensando em uma representação geométrica. Por exemplo: o par* $(3, -8)$, *poderia representar duas grandezas físicas, como pressão atmosférica e temperatuira. Nesse caso, a interpretação geométrica pode ser feita, mas já existe um sentido que independe dessa idéia. É sempre possível pensar que queremos representar um número qualquer (finito) de* n *grandezas físicas e, nesse caso vamos usar uma* n*–upla da forma* $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. *O conjunto de todas as* $n-uplas$ *forma o espaço* $\mathbb{R}^n$.

Notação / Nomenclatura 1. *Um elemento de* $\mathbb{R}^n$ *(isto é, uma n-upla* $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$*)será denotado aqui por uma letra maiúscula. Por exemplo,* $X = (x_1, x_2, x_3)$ *pode ser usado para designar um elemntoo de* $\mathbb{R}^3$. *Na álgebra linear se estuda que os conjuntos* $\mathbb{R}^n$ *têm certas propriedades que os fazem espaços vetoriais. Por isso, usaremos as palavras vetor ou ponto para designar elementos de* $\mathbb{R}^n$. *Podemos dizer* $X \in \mathbb{R}^2$ *ou* X *é um ponto de* $\mathbb{R}^2$ *ou, ainda,* X *é um elemento de* $\mathbb{R}^2$ *sempre pensando na dupla* (x, y).

`Exercício 1.` *Descreva alguma situação em que a representação de grandezas por n-plas faça sentido. Por exemplo, alguém pode querer conhecer valores de peso e idade de um grupo de pessoas, representando-os por uma dupla* (x, y) *em* $\mathbb{R}^2$.

Operações em $\mathbb{R}^n$ A *soma* entre dois vetores de $\mathbb{R}^n$ é feita somando-se coordenada a coordenada. Isto é:se $X = (x_1, x_2, x_3)$ e $Y = (y_1, y_2, y_3)$, a soma $X + Y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$. Para multiplicar um vetor de $\mathbb{R}^n$ por um número real, multiplicamos cada coordenada por esse número. Isto é: se $a \in \mathbb{R}$ e $X \in \mathbb{R}^n$, $aX = (ax_1, ax_2, \ldots, ax_n)$.

`Exercício 2.` *Em cada item são dados os Vetores X e Y. Calcule a soma. Se os vetores estiverem em $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, esboce um desenho (no plano ou espaço) dessa soma.*

$$\begin{array}{ll} a)X = (3,5)\ Y = (2,-1) & b)X = (3,-1,1)\ Y = (2,-1,-4) \\ c)X = (3,2,1)\ Y = (2,3,-4) & d)X = (2,-5)\ Y = (0,-1) \\ e)X = (3,0,1,2)\ Y = (1,-1,0,3) & f)X = (3,-2,1,2)\ Y = (2,3,-4,2) \end{array}$$

`Exercício 3.` *Em cada item são dados um vetor X e um número real a. Calcule o produto aX. Se os vetores estiverem em $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, esboce um desenho (no plano ou espaço) desse produto.*

$$\begin{array}{ll} a)X = (3,5)\ a = -2 & b)X = (3,-1,1)\ a = \frac{1}{2} \\ c)X = (3,2,1)\ a = \frac{-1}{10} & d)X = (2,-5)\ a = 3 \\ e)X = (3,0,1,2)\ a = 1 & f)X = (3,-2,1,2)\ a = 0 \end{array}$$

denise 1. *aqui, a ideia é que eles cheguem em represen tações diversas de retas e planos, escrevendo tudo bonitinho.*

Problemas para sala de aula

`Exercício 4.` *Considere o conjunto $A := \{s(1,2), s = -1,1,2\}$.Faça um esboço desse conjunto.*

`Exercício 5.` *Considere o conjunto $B := \{s(1,2), s \in \mathbb{R}\}$.Faça um esboço desse conjunto.*

`Exercício 6.` *Considere o conjunto $A := \{s(1,2,-1), s \in \mathbb{R}\}$.Faça um esboço desse conjunto.*

Nos exercícios 5 e 6, provavelmente, você desenhou retas. Como você compara essa maneira de se definir retas com a que vc aprendeu em cÂ´álculo 1?

`Exercício 7.` *Esboce os conjuntos: $A = \{s(1,3) + (2,1),\ s \in \mathbb{R}\}$, $B = \{s(1,3,1),\ s \in \mathbb{R}\}$. Vc conseguiria definir esses mesmos conjuntos do modo que aprendeu em cálculo 1?*

`Exercício 8.` *Considere: $A = \{s(3,-1) + (2,4), s \in \mathbb{R}\}$ e $B = \{s(6,-2) + (2,4),\ s \in \mathbb{R}\}$. Esboce os dois.*

`Exercício 9.` *Se* $A = \{s(1,2,5),\ s \in \mathbb{R}\}$ *e* $B = \{s(2,4,10) + (1,2,3)\}$, *eles se interceptam?*

`Exercício 10.` *Esboce o conjunto* $A = \{s(1,3) + (1-s)(2,1),\ s \in [0,1]\}$.

`Exercício 11.` *Considere as funções* $f(x) = 3x - 1,\ x \in \mathbb{R}$ *e* $g(x) = 2x + 2,\ x \in [2,4]$. *Represente seu gráfico como* $s(a,b) + (c,d)$.

`Exercício 12.` *Quantas informações são necessárias para representar uma reta, no plano ou no espaço? Quais são elas? Quantas* variáveis *indepen-dentessão necessárias?*

Sistematizando Agora é necessário apresentar de forma organizada suas conclusões. Faça um texto explicando o que você aprendeu na aula de hoje.

Exercícios adicionais

`Exercício 13.` *Parametrize o segmento de reta que une os pontos* $(2,1,-2)$ *e* $(-1,3,5)$.

`Exercício 14.` *Decida se as retas* $\{s(1,2) + (3,4),\ s \in \mathbb{R}\}$ *e* $\{s(\pi, 2\pi) + (3,4),\ s \in \mathbb{R}\}$ *se interceptam*

`Exercício 15.` *Descreva cada uma das retas a seguir como gráfico de uma função .*

$$s(2,3) + (0,1)\ s \in \mathbb{R} \quad s(4,-1) + (2,0)\ s \in [0,1]$$